

Instrucciones:

Duración: 1 HORA Y 30 MINUTOS

Elige entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o bien realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**; **sin mezclar** los de una opción con los de la otra. Cada ejercicio vale 2'5 puntos. **Contesta las preguntas razonando tus conclusiones**; la mera respuesta numérica no vale para obtener la puntuación máxima de cada apartado.

Por favor, escribe de forma ordenada y con letra clara.

Se permite el uso de calculadoras.

Modelo-5-1997

Opción A

Ejercicio 1. Considera la función $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = e^x \cdot \sin(2x)$

(a) Sea $F : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $F(x) = \int_0^x f(t) dt$

¿ Que dice el teorema fundamental del cálculo integral sobre la función F?

(b) Halla $F(\pi)$

Ejercicio 2. Desde la Tierra, que suponemos situada en el origen de coordenadas del plano, se observa un objeto que sigue una trayectoria de ecuación $xy = 16$ (donde las distancias se miden en años-luz). ¿ Cuales son las coordenadas del punto de la trayectoria cuya distancia a la Tierra es mínima y cuánto vale dicha distancia?

Ejercicio 3. Sin desarrollar el determinante, demuestra que

$$\begin{vmatrix} a+2b & a & a+b \\ a+b & a+2b & a \\ a & a+b & a+2b \end{vmatrix} = 9b^2(a+b)$$

Enuncia las propiedades de los determinantes que utilices.

Ejercicio 4.- Una circunferencia tiene por centro el punto $C = (1, 0)$ y su diámetro es 2. Halla la ecuación de la recta tangente a la circunferencia en el punto de abscisa $x = 3/2$ y ordenada positiva.

Opción B

Ejercicio 1. (a) Determina razonadamente la expresión algebraica de una función continua $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ que

cumpla las condiciones siguientes $f(3) = 9/2$, $f'(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 3, \\ x & \text{si } x > 3 \end{cases}$

(b) Razona si la función f es derivable en el punto $x = 3$.

(c) Esboza la gráfica de esta función f.

Ejercicio 2. Sea $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ la función definida por $f(x) = x e^{x-x \cdot x}$.

(c) Halla los máximos y mínimos relativos de esta función

(c) Calcula $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

Ejercicio 3. (a) Dada la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & b & 1 \\ 2 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$, ¿ para que valores del parámetro b no tiene inversa la matriz

A? Justifica la respuesta

(b) Si existe, calcula la inversa para $b = - 1$.

Ejercicio 4. Calcula razonadamente y dibuja el lugar geométrico de los puntos P del plano que verifican la siguiente propiedad: " El triángulo APB de vértices $A = (-7, 0)$, P y $B = (7, 0)$ es rectángulo en P."